



## **La enseñanza de la Matemática I en ambientes de programación: una propuesta para el desarrollo de habilidades matemáticas específicas en el primer año de la formación inicial de la carrera de Informática de la Universidad de Pinar del Río**

### **Teaching Mathematics I in programming environments: a proposal for the development of specific math skills in the first year of the initial formation of the career of Informatics, University of Pinar del Rio**

**Juan Miguel Valdés Placeres<sup>1</sup>,  
Reinaldo Meléndez Ruiz<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Licenciado en Educación, especialidad Matemática. Máster en Nuevas Tecnologías. Máster en Ciencias de la Educación Superior. Profesor Auxiliar. Universidad de Pinar del Río «Hermanos Saíz Montes de Oca.

Correo electrónico: [jmiguel@upr.edu.cu](mailto:jmiguel@upr.edu.cu)

<sup>2</sup>Licenciado en Educación, especialidad Matemática. Doctor en Ciencias Pedagógicas. Máster en Psicología Educativa. Máster en Educación.

Profesor Titular. Universidad de Pinar del Río «Hermanos Saíz Montes de Oca. Correo electrónico:

[reinaldo.melendez@upr.edu.cu](mailto:reinaldo.melendez@upr.edu.cu)

Recibido: 18 de mayo 2016.

Aprobado: 20 de septiembre 2016.

#### **RESUMEN**

Dada la necesidad de una integración entre las habilidades matemáticas básicas y las habilidades profesionales a desarrollar en los futuros egresados de las carreras de informática en la Universidad de Pinar del Río, se desarrolló una enseñanza del cálculo diferencial e integral de funciones reales de una variable, apoyado en la programación en el asistente Mathematica. El marco teórico de esta investigación está basado en el enfoque Histórico Cultural de Lev. S. Vigostky, fundamentalmente el trabajo con la zona de desarrollo próximo. La metodología aplicada consistió en la construcción de conceptos y modelos matemáticos pasando por las etapas gráfica, numérica y analítica, fundamentales en el logro de las habilidades matemáticas básicas para el aprendizaje.

**Palabras clave:** Habilidades matemáticas, programación.

#### **ABSTRACT**

Given the necessity of an integration among the basic mathematical abilities, and the abilities specifies to develop in the professional futures in the informatics career in the University of Pinar del Río, one developed a teaching of differential calculus and the integral of real functions of a single variable, supported by programming in the field of mathematics. the theoretical aim of this investigation is based on the enforced historic culture of Lev. S. Vigostky; fundamentally the work with the zone of the next development. The methology applied, consisted of the construction of concepts and the basic mathematical models passing through the graphical, numerical and analytical stages; the fundamentals in the achievement of the basic mathematical ability for the apprenticeship.

**Keywords:** mathematical abilities, programming.

## INTRODUCCIÓN

Se coincide con Mariño Valdés cuando plantea que «la escuela del nuevo milenio presupone diseñar estrategias que sirvan no solo para aprender, sino para seguir aprendiendo, aún más allá de las tecnologías de la información y las comunicaciones, unidas a otros cambios sociales y culturales los cuales están dando lugar a una nueva cultura del aprendizaje que se caracteriza por encontrar en el centro de la sociedad de la información, del conocimiento múltiple y del aprendizaje continuo». (Mariño, M. T., 1999, p.1)

En este trabajo, se propone una metodología para el desarrollo de habilidades matemáticas específicas (identificar, interpretar, comparar, modelar, algoritmizar y resolver problemas) en la formación inicial de la carrera de Ingeniería en Informática de la Universidad de Pinar del Río apoyados en un ambiente de programación sobre un asistente matemático.

El marco teórico de esta investigación es el enfoque histórico cultural de Vigostky, L. y seguidores, tomando de este el trabajo con la zona de desarrollo próximo y la ley de la mediación del desarrollo psíquico ya que todo el desarrollo psicológico del ser humano es producto de la mediación que ejercen las personas, los objetos, los instrumentos, los signos y los significados en el sujeto en desarrollo. Asimismo, la metodología aplicada consistió en la construcción de conceptos y modelos matemáticos fundamentales, pasando por las etapas gráfica, numérica y analítica, etapas fundamentales en el logro de estas habilidades matemáticas específicas, donde los niveles de programación fueron gradualmente aumentando al mismo tiempo que se profundizaba el contenido en las asignaturas de programación. El desarrollo de las

actividades fue en equipos bajo la tutela del profesor que gradualmente fue disminuyendo y por tanto, elevando el grado de independencia grupal e individual. Por las facilidades de programación, fuerza en el cálculo simbólico y potencialidades para el cálculo numérico se seleccionó el asistente *Mathematica*, aunque bien pudieran utilizarse otros asistentes equivalentes (Matlab, Maple, Sage, etc.)

## DESARROLLO

Uno de los problemas fundamentales para la didáctica y en especial para la didáctica de la matemática en la actualidad, lo constituyen la formación y el desarrollo de habilidades matemáticas que contribuyan al aprendizaje de los estudiantes. Varias de las investigaciones realizadas en torno al tema, tanto a nivel nacional como internacional (Petrovsky (1978); Danilov y Skatkin (1978); Díaz T 1998; Álvarez de Zayas C (1995); Silvestre My Zilberstein J (1999); Gil, D (2000); Guzmán M. (1993), entre otros), se han dedicado a la búsqueda de nuevas alternativas para una enseñanza desarrolladora con un carácter consciente y objetual que propicien el aprendizaje de los sujetos desde una perspectiva creadora con un marcado significado para aquel que aprende.

Según Viviana González (1995), la habilidad: «(...) constituye el dominio de operaciones (psíquicas y prácticas) que permite una regulación racional de la actividad». (p.203)

Los autores citados coinciden de una forma u otra en considerar que la habilidad se desarrolla en la actividad y que implica el dominio de las formas de la actividad cognoscitiva, práctica y valorativa.

A partir del análisis de la literatura científica abordada se determinaron los elementos teórico-metodológicos que conforman la estructura de una habilidad: el sistema de operaciones de

carácter lógico, el conocimiento, el método, el contexto, el resultado.

Los componentes funcionales de la habilidad son: acciones y operaciones. Existe una unidad dialéctica, ambas se complementan. Para que estas logren el desarrollo de la habilidad, según Zilberstein, J. (2002, p.76), deben ser: suficientes, variadas, diferenciadas.

En estudios realizados por Miguel J (2010) con el primer año de la formación inicial de la carrera Informática en la Universidad de Pinar del Río se pudo constatar:

- La necesidad de los estudiantes en la comprensión de los objetos teóricos [conceptos, proposiciones, procedimientos, etc.] para poderlos aplicar en la práctica.
- Los estudiantes no logran representar mentalmente los conceptos fundamentales tratados en la asignatura, lo que frena el correspondiente desarrollo de habilidades.
- Los medios usados hasta el momento en el proceso [libros de textos, láminas...etc.], solo se limitan a presentar el contenido de una manera lineal, sin que el alumno pueda interactuar con él.
- No existe una correspondencia entre las habilidades matemáticas que requiere el ingeniero informático, vinculadas fundamentalmente a las actividades de modelar, interpretar, algoritmizar, comunicarse en un lenguaje preciso, etc., y las habilidades que se forman en los cursos de Matemática y que se recogen en los programas de estudio, que ponen su mayor énfasis en la actividad de resolver ejercicios de cálculo.
- De los estudiantes diagnosticados, el 92% manifiestan tener temor por la asignatura de Matemática, pues la ven como aquella que los desapueba, sin embargo, el

100% de ellos manifiestan como elemento motivante para estudiar la carrera, la computadora.

Sobre la base de los presupuestos teóricos y el estado real y potencial de los sujetos investigados, surge la idea de una enseñanza del cálculo diferencial e integral de funciones reales de una variable real enfatizando el trabajo con conceptos fundamentales de la asignatura y potenciando el desarrollo de la interpretación, modelación y la algoritmización, con la incorporación de la programación en el asistente *Mathematica* para contribuir al desarrollo de habilidades matemáticas básicas como profesionales.

En la asignatura Matemática I, que imparte el cálculo diferencial e integral de funciones reales de una variable, el ambiente de programación fue soportado en el asistente *Mathematica*, por ser un asistente potente en el cálculo simbólico y en la programación.

La metodología consistió en una enseñanza de la matemática, teniendo en cuenta una graduación escalonada de los niveles de programación de acuerdo con la disciplina de algoritmos y programación, así como de la comprensión y asimilación de conceptos matemáticos fundamentales. Por ello, las actividades teóricas y prácticas en un inicio estuvieron dirigidas al logro de tales propósitos, asimismo el estudio independiente se encaminó al trabajo con dichos conceptos. En una primera etapa, que se llama familiarización, el aprendizaje se auxilió de la Página Web «Mat. paso a paso», la cual va introduciendo a los estudiantes en el apasionado mundo de las matemáticas, transitando por las tres etapas fundamentales en la comprensión de un concepto matemático: gráfico, numérico y analítico, donde los sujetos no solo observan, sino interactúan en forma dinámica con gráficos paramétricos y controles numéricos, lo que les proporciona una aproximación a conceptos fundamentales como límite, derivadas, entre otros, contribuyendo

de manera significativa en su aprendizaje.

En una segunda etapa, desarrollada en laboratorios de informática, se pasa a la construcción de los conceptos a través de casos particulares, dinamizados por la programación sobre el asistente matemático, para lo cual se tiene en cuenta los conocimientos de algoritmización y programación en cada momento del curso. Para ello, se determinaron tres niveles de programación:

•**1er. nivel:** uso de comandos básicos del asistente, definición de funciones, construcción de animaciones gráficas.

•**2do. nivel:** uso de comandos avanzados, programación estructurada, programación recursiva.

•**3er. nivel:** programación avanzada del asistente, importación y exportación con otros programas y lenguajes.

Una tercera etapa de aplicación (conclusiva) y que consiste en el desarrollo de proyectos o trabajos extraclases en equipos con la tutoría del profesor, fue otro factor importante en la metodología propuesta. La evaluación final de las habilidades matemáticas específicas alcanzadas con la introducción del asistente en la enseñanza del cálculo diferencial e integral de funciones reales de una variable real, fue a través de la presentación y discusión de proyectos, elevando el potencial cognitivo de todos los miembros del grupo, para que no solo aprendan a conocerse a sí mismo, sino también a los demás, para que aprendan a ser y a cooperar juntos.

Para precisar la metodología propuesta se tomará como ejemplo en el cálculo diferencial el trabajo que fue desarrollado con el concepto de derivada; en su construcción se tuvieron en cuenta las tres etapas que se consideran fundamentales para la comprensión y/o asimilación del mismo, a saber: gráfica, numérica y analítica.

### Tratamiento gráfico del concepto de derivada

Como se ha visto con anterioridad, si  $f$  es derivable en un punto  $x_0$ , la derivada de  $f$  en dicho punto, que denotaremos por  $f'(x_0)$ , es igual al valor de la pendiente de la recta tangente a la curva definida por  $y = f(x)$  en dicho punto  $x_0$ .

Por tanto, en el laboratorio de este tema, se orientará como tarea docente la construcción de animaciones gráficas que muestren esta idea fundamental a través de una función seleccionada por el estudiante. En este momento del semestre el alumno está comenzando a programar, por lo que el nivel de exigencia debe estar acorde con la programación del conocimiento elemental del concepto de función y su materialización en el asistente matemático.

Propuesta hecha por un equipo.

Definieron una función

$$\text{func}[x\_] := 2 * x^2$$

, y también recta tangente a partir de que la pendiente de la misma es la primera derivada de la función en el punto, luego:

```

VisualizarFuncion := Function[{f, valabsiza, DifX},
  absiza = valabsiza;
  absiza2 = absiza + DifX;

  ordenada = f /. x -> absiza ;
  ordenada2 = f /. x -> absiza2;

  m = D[f /. x -> absiza,
  m2 = (ordenada2 - ordenada) / (absiza2 - absiza);

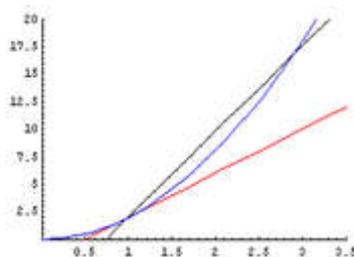
  n = ordenada - m * absiza;
  n2 = ordenada - m2 * (absiza) ;

  Plot[{m * x + n, m2 * x + n2, f}, {x, 0, 10}, PlotRange -> {{0, 3.5}, {0, 20}},
  PlotStyle -> {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 0, 0], RGBColor[0, 0, 1]}
];
    
```

Finalmente, la visualización del concepto.

```

Table[VisualizarFuncion[func[x], 1, 2 - n], {n, .1, 2, .05}]
    
```



Se observa ahora este mismo problema, para concluir con la vía analítica para su cálculo.

Desde el punto de vista numerico

Pendsec = Function[{a, b, f}, (f[b] - f[a]) / (b - a)]

Pendtan = Function[{a, f}, f'[x] /. x -> a]

Pendtan[1, f]

4

Pendsec[1, 2, f]

6

Table[{Pendsec[1, n, f]}, {n, 2, 1.1, -.1}]

{6, 5.8, 5.6, 5.4, 5.2, 5., 4.8, 4.6, 4.4, 4.2}

Table[{Pendsec[1, n, f] - Pendtan[1, f]}, {n, 2, 1.01, -0.01}]

{2, 1.98, 1.96, 1.94, 1.92, 1.9, 1.88, 1.86, 1.84, 1.82, 1.8, 1.78, 1.76, 1.74, 1.72, 1.7, 1.68, 1.66,  
 1.64, 1.62, 1.6, 1.58, 1.56, 1.54, 1.52, 1.5, 1.48, 1.46, 1.44, 1.42, 1.4, 1.38, 1.36, 1.34, 1.32,  
 1.3, 1.28, 1.26, 1.24, 1.22, 1.2, 1.18, 1.16, 1.14, 1.12, 1.1, 1.08, 1.06, 1.04, 1.02, 1., 0.98,  
 0.96, 0.94, 0.92, 0.9, 0.88, 0.86, 0.84, 0.82, 0.8, 0.78, 0.76, 0.74, 0.72, 0.7, 0.68, 0.66,  
 0.64, 0.62, 0.6, 0.58, 0.56, 0.54, 0.52, 0.5, 0.48, 0.46, 0.44, 0.42, 0.4, 0.38, 0.36, 0.34,  
 0.32, 0.3, 0.28, 0.26, 0.24, 0.22, 0.2, 0.18, 0.16, 0.14, 0.12, 0.1, 0.08, 0.06, 0.04, 0.02}

Desde el punto de vista analitico

derivada = Function[{x0, f}, Limit[(f[x + dx] - f[x]) / dx, dx -> 0] /. x -> x0]

Function[{x0, f}, Limit[ $\frac{f[x + dx] - f[x]}{dx}$ , dx -> 0] /. x -> x0]

derivada[1, f]

4

Como se comprueba, dicho equipo de estudiantes ha mostrado el concepto de derivada de una función en un punto, pasando por las tres etapas fundamentales, la gráfica, la numérica y finalmente la analítica. Concepto este fundamental en la asignatura. Es evidente que el equipo al resolver esta sencilla tarea, tuvo que interpretar, comparar, modelar, algoritmizar y finalmente programar, propósito final a alcanzar en este tipo de estudiante.

## CONCLUSIONES

Las habilidades en la asignatura Matemática han sido enfocadas desde diferentes perspectivas por los investigadores, destacándose dentro de ellas: considerarlas como componentes esenciales del contenido de enseñanza, considerarlas como elementos psicológicos estructurales de la personalidad, considerar que estas se desarrollan en la actividad, lo que

implica el conocimiento en acción. Estos enfoques no se centran en una sola perspectiva, y aportan elementos para determinar las bases teóricas de las investigaciones que tratan este objeto.

La integración de las habilidades matemáticas básicas con las habilidades específicas a desarrollar en los futuros egresados de la carrera de Informática en la Universidad de Pinar del Río, aún es insuficiente, constituyendo esta una necesidad en la que se deben concentrar todos los esfuerzos del colectivo de profesores de la disciplina en el desarrollo de alternativas, para una enseñanza de la Matemática dirigido al logro de tales propósitos.

La experiencia de una enseñanza de la Matemática I en ambientes de programación con el asistente Mathematica, en la Universidad de Pinar del Río ha reflejado resultados alentadores y muy positivos en el

desarrollo de habilidades específicas de la profesión de este futuro egresado de la carrera de informática, lo cual se constató en la elaboración y discusión de proyectos finales por los estudiantes de primer año de la carrera de ingeniería Informática.

Asimismo, la enseñanza de la Matemática I, en ambientes de programación en el asistente Matemática, permite dejar atrás los métodos tradicionales de enseñanza de la matemática, la cual solo fomenta el desarrollo de habilidades netamente de cálculo, y llegar a una enseñanza más conceptual y con un mayor trabajo con la modelación matemática, donde el centro del proceso sea el aprendizaje en sí mismo. Por supuesto, el cómo hacerlo para que realmente esté fundamentado pedagógicamente y metodológicamente y de acuerdo a las necesidades de los estudiantes: ¡Ese es el gran reto del claustro de profesores!

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez de Zayas, C. (1995). *Pedagogía Universitaria: una experiencia cubana*. In Curso Pre evento. Congreso Internacional Pedagogía (Vol. 95).
- Álvarez de Zayas, C. (1996). El diseño curricular en la educación superior cubana. *Revista electrónica Pedagogía Universitaria. DFP-MES. (Cuba), 2, 2-14*.
- Calderón, R. M. (1999). La enseñanza del Cálculo Integral. Experiencia en Ingeniería Mecánica. *Revista de la Universidad Autónoma «Gabriel René Moreno»*. Bolivia.
- Chaviano Conde, R (2007). *El papel de la disciplina Matemática reflejado en las teorías y diseño curricular de las carreras de ingeniería según el modelo cubano*. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajo13/disma/#in>
- Deiros Fraga B. y Calderón R. M. (2001). La matemática para ingeniería: algunas propuestas metodológicas. Ponencia presentada al Primer Congreso Iberoamericano de docentes de ingeniería y afines. Ciudad de La Habana.
- Delgado Rubí, R (1999). La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas.
- Galperin, P. Y. (1983). Tipos de orientaciones y tipos de formación de las acciones mentales y de los conceptos en lecturas de Psicología Pedagógica. Ciudad de La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
- Gil Pérez, D., & Guzmán Ozámi, M. (2009). *Enseñanza de las ciencias matemáticas tendencias e innovaciones*. Madrid: Editorial Popular.
- Pérez Rojas, J.C. (1999). Modelo teórico para la formación y desarrollo de conceptos y habilidades matemáticas fundamentales en los estudiantes de la carrera de Geología. Tesis presentada en opción al Título de Master en Ciencias de la Educación. Pinar del Río
- Reyes González, y Ignacio, J. *Aprendizaje memorístico versus aprendizaje significativo. ¿Puede resolverlo la educación primaria?* [http://cied.rimed.cu/REVISTACP\\_NE/\\_notes/revista/43/articulos/a4r3aprendizaje.html](http://cied.rimed.cu/REVISTACP_NE/_notes/revista/43/articulos/a4r3aprendizaje.html)
- Rocha dos Santos ,A. y Waldecir Bianchini. (2002). *Aprendendo Cálculo com Maple, Cálculo de Uma Variável*. Río de Janeiro.
- Wolfram, S. (1991). *A System for Doing Mathematics by Computer*, Wolfram Research, Addison-Wesley, Reading, MA. Vigotsky, I.S. (1979) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona. Editorial crítica.