

## **Una aproximación didáctica a la conceptualización de las magnitudes en la formación del profesional de la Educación**

### **A didactic approach to the conceptualization of the magnitudes in the formation of the professional of Education**

**Autores: MSc. Wladimir La O Moreno, Lic. Rafael Antonio Hernández Cruz Pérez y MSc. Luis Enrique Hernández Amaro**

**Centro de trabajo: Universidad de Ciencias Pedagógicas "Rafael María de Mendive"**

#### **Resumen**

La formación del profesional de la Educación en otros escenarios y contextos educativos ha sido una de las variantes asumidas por nuestro modelo educacional en su perfeccionamiento. El carácter integral de su formación considera en gran medida, su formación holística y continua como consecuencia de la solución a sus problemas profesionales. Una de estas exigencias es considerada como la formación conceptual de los pre-profesionales que se forman como profesores para la Educación Media Superior y es en ella donde se ha desarrollado esta experiencia que a continuación referimos. Tales pretensiones, se singularizan a propósito de la elaboración del concepto magnitud como concepto sistematizador de los conocimientos desde una visión didáctica para ser considerada en la formación del profesional de la educación en el área de las Ciencias Exactas.

**Palabras claves:** aproximación didáctica, conceptualización de magnitudes, formación de maestros, contextos educativos.

#### **Abstract**

The formation of the professional of Education in other sceneries and contexts has been one of the variants assumed by our educational model in its improvement. The wholesome character of its formation considers, in its large extend, its holistic and continued formation as a consequence of the solution to professional problems. One of these demands is considered to be the conceptual formation of the pre-professionals who study to be High School professors, as the educational level in which the experience we refer to has been developed. Such pretensions will be put into practice at the time of elaborating the concept of magnitude, as a systematizing concept of the mathematical knowledge from a didactic vision, to be considered in the formation of the professional of Education in the field of Exact Sciences.

**Key words:** didactic approach, conceptualization of magnitudes, teachers' formation, educational contexts.

#### **-A modo de introducción**

En este modelo educativo aparece el concepto de Profesor de Ciencias Exactas, el cual se constituye como un profesor revolucionario, sensible, comprometido con el mejoramiento humano; con una cultura general y dominio del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ciencias que explica, orientador y guía de la educación de los adolescentes potenciándola a través de la instrucción. En este marco se forma un adolescente que, según Martínez Llantada, M.; 1998, necesita: aprender a resolver problemas, saber escuchar, organizarse, tener buen humor, analizar críticamente la realidad y transformarla, amar a sus semejantes, tener cultura enfatizando en los valores

universales del hombre, desarrollar la independencia cognoscitiva, la avidez por el saber, ser perseverante.

La concepción planteada demanda renovadas y más complejas exigencias al proceso de formación del futuro profesional de la educación, especialidad Ciencias Exactas, ahora centrado en áreas de formación tales como: ideopolítica, psicopedagógica, cultural general, conocimiento de la escuela, conocimiento de la organización estudiantil, conllevando a un plan de estudios que garantice, en definitiva: formación cultural, preparación metodológica, fundamentos ideológicos, formación académica y laboral, fundamentos científicos y pedagógicos.

Una de estas exigencias se constituye en la necesidad de "estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los procesos lógicos de pensamiento y el alcance del nivel teórico, en la medida que se produce la apropiación de los conocimientos y se eleva la capacidad de resolver problemas", (ICCP, 1998, p.20).

Precisamente en la problemática de la estimulación de los procesos de elaboración de conceptos, en la Matemática en particular, y para el caso de la formación de docentes, se centra el interés en este artículo. Esta problemática se singulariza teniendo en cuenta las insuficiencias que caracterizan el estado de este proceso tanto en el plano de su aprendizaje en los estudiantes que se forman como profesores de Ciencias Exactas, como de su presencia y alcance en el correspondiente currículum y las exigencias y demandas para estos profesionales según los requerimientos de la universalización de la universidad pedagógica.

### **-Caracterización del concepto de magnitud**

Una caracterización completa del concepto de magnitud en los límites del alcance del proceso de formación del profesional de la Educación para el área de Ciencias Exactas, requiere en nuestra consideración, además de los elementos que caracterizan esta formación según las exigencias del modelo del profesional que se pretende formar, de un análisis socio - histórico - concreto y lógico -metodológico del proceso de desarrollo del concepto de magnitud.

Un análisis en estas direcciones permitirá demostrar el carácter complejo y multidimensional de este concepto, de lo cual se derivarán implicaciones didácticas esenciales para su posible incorporación al proceso didáctico que sobre estos sujetos se define.

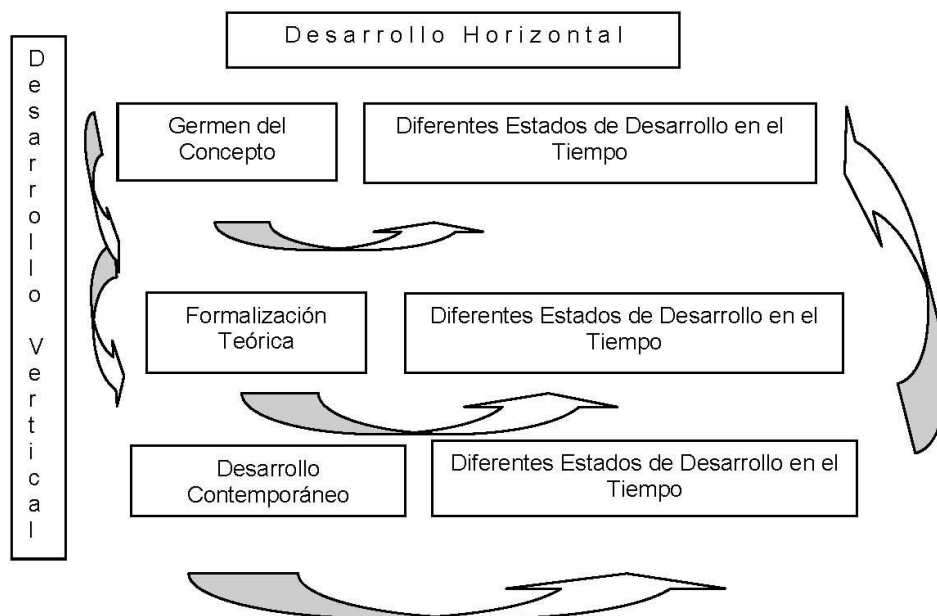
Así mismo, del análisis anterior se derivan las bases fundamentales para una definición necesaria del concepto de magnitud, lo cual tendrá implicaciones didácticas singulares en el arreglo que se incluye del contenido correspondiente para incluir en una tal formación.

### **-Un análisis socio-histórico concreto y lógico-metodológico del proceso de desarrollo del concepto de magnitud**

El estudio de este concepto se realiza a partir de fuentes bibliográficas organizadas en tres direcciones fundamentales:

- Fuentes de carácter histórico: Klein, Félix; 1987 (edición original, 1924), Matemática elemental desde un punto de vista superior, Ríbnikov, K.; 1987. Historia de la Matemática.
- Fuentes de carácter enciclopédico: Diccionario Enciclopédico del Joven Técnico, Enciclopedia Microsoft Encarta, Enciclopedia Matemática, Diccionario Enciclopédico del Joven Matemático.
- Textos especializados: Vilenkin, N.Ia, y otros. Bases Contemporáneas del Curso de la Matemática Escolar, Jiménez, M., Teoría de la Medida, Baziliev, V.T., K.I. Dunichev. Geometría.

El análisis de estas fuentes permitió concretar algunas ideas fundamentales que se esbozan seguidamente. Se observa que el desarrollo del concepto de magnitud ha estado condicionado históricamente a lo largo del proceso de desarrollo del conocimiento de la sociedad, manifestándose en cada momento de este proceso diferentes niveles de comprensión y de aplicación del concepto, en relación con las necesidades de la práctica social del hombre.



Este proceso se ha podido organizar por fases, las cuales expresan un estado de desarrollo continuo del concepto, visto en el plano vertical según la aparición de cada fase, y en el plano horizontal según la evolución particular del concepto en cada una de ellas, a lo largo del tiempo. De hecho esta taxonomía en fases no está implicada directa y necesariamente con una lógica temporal de la evolución del concepto. Estas fases son tres: de germen del concepto, de formalización teórica del concepto, y de desarrollo contemporáneo del concepto de magnitud.

La fase de germen del concepto de magnitud estuvo presente en los inicios del desarrollo de la actividad práctica del hombre hasta llegar a obtenerse abstracciones como la longitud, la superficie, los volúmenes, la masa, el tiempo etc., primando influencias básicamente de tipo socio-histórico-concretas, como por ejemplo se puede citar, el caso de la aparición de la tonelada como unidad de peso. Por otro lado, en este marco jugó un papel esencial el propio desarrollo del concepto de número.

La fase de formalización del concepto de magnitud se ha podido delimitar, a partir de las influencias fundamentales de exigencias lógico - metodológicas, que completaron las premisas del desarrollo de un pensamiento teórico que soportara la comprensión del lenguaje y método axiomáticos para expresar el concepto de magnitud. En esta interpretación los conceptos de longitud, área, volumen, masa, etc., llegan a constituirse mediante las propiedades esenciales que cumplen, como magnitudes escalares positivas en general.

Esta fase se inicia con la obra de Euclides "Los Inicios", en el siglo III, antes de nuestra era, a partir de lo cual se van haciendo una serie de generalizaciones que responden a una relación dialéctica entre influencias histórico concretas y teórico-metodológicas.

Por ejemplo, la determinación completa de la axiomática para definir la magnitud escalar positiva que se hace a partir de los axiomas propuestos por Euclides viene a tener su expresión definitiva solo cuando se completa la teoría del número real, en el siglo XIX.

En definitiva, a partir de la determinación de Euclides (con la cual marcamos esta segunda fase) se han ido produciendo generalizaciones del concepto de magnitud tales como: magnitud escalar positiva, magnitud escalar, magnitud no arquimediana, magnitud vectorial, tensor.

La fase de desarrollo contemporáneo se ha delimitado para recoger en ella elementos que no se inscriben propiamente en la fase de formalización. Estos recogen aspectos que son consecuencia de los imperativos del desarrollo social, o científico y tecnológico en general, y que podrán considerarse como germen de otro estado de la formalización en algún momento posterior del desarrollo del conocimiento. Un ejemplo de este tipo de situación, se ve en el uso de nuevas magnitudes y sus unidades, como es para la cantidad de información el byte, y el bit, en el marco de las teorías informáticas. En este sentido es importante incorporar estas nuevas magnitudes al contenido de enseñanza-aprendizaje escolar, en tanto ya es usual su uso en todos los niveles donde está presente el trabajo con la computadora.

### **-Una definición necesaria del concepto de magnitud.**

Como ya se ha mencionado la definición del concepto de magnitud requiere de un alto nivel de generalización teórica, si tomamos en cuenta, por lo menos, los presupuestos matemáticos necesarios para hacerlo.

Estos presupuestos, generalmente, son considerados desde las exigencias lógico – metodológicas en la organicidad interna de la propia Matemática como teoría, y motivados por condicionantes socio-histórico-concretos que expresan la dinámica de desarrollo del propio concepto que se define; estas ideas son subrayadas con el hecho de considerar la vía axiomática como recurso para aportar una definición del concepto de magnitud escalar positiva, la cual a su vez permitirá determinar un conjunto importante de conclusiones de naturaleza didáctica para organizar el propio contenido que queremos incluir.

Es necesario precisar que la singularidad del proceso de elaboración del concepto magnitud en el la formación del profesional de la educación, connotan el caso de las magnitudes escalares positivas como esencial dentro este proceso de formación del profesor, en tanto, entre estas se constituye el objeto de estudio de las magnitudes en este nivel de enseñanza.

Por ello, entendemos suficiente hacer un análisis intensivo que las abarque dentro del contenido fundamental que se requerirá para la preparación de estos docentes.

El concepto de magnitud es considerado como uno de los conceptos matemáticos fundamentales (Kolmogórov, A.N.; 1977), pues, en una u otra medida, el trabajo con el mismo incide en la mayoría de los problemas matemáticos y de las ciencias naturales en la escuela (Vilenkin, N. Ia., y otros; 1989).

De acuerdo con el análisis hecho anteriormente podemos delimitar tres estados particulares de formalización del concepto de magnitud: magnitud escalar, magnitud no arquimediana y magnitud no escalar.

### **-El Concepto de magnitud escalar. Principios para una definición axiomática**

En esta fase se considera el concepto de magnitud escalar positiva, la cual Kolmogórov, A.N.; 1977, denomina así para distinguir este concepto, según él, de otras generalizaciones posibles en la actualidad.

La comprensión inicial del concepto de magnitud se constituyó en una generalización de los conceptos particulares de: longitud, área, volumen, masa, tiempo, etc., y que fue claramente esbozado a partir de propiedades esenciales cuyas en los "Inicios", de Euclides (Kolmogórov, A.N.; 1977), en el siglo tres antes de nuestra era.

Estas propiedades escritas como postulados, fueron formuladas por Euclides en los términos siguientes:

“Los iguales a uno mismo son iguales entre si.

Si a iguales se añaden iguales, entonces los totales serán iguales.

Si de iguales sustraemos iguales, entonces los restos serán iguales.

Los que pueden superponerse unos con otros son iguales entre si.

Un entero es mayor que una parte”, citado en Ríbnikov, K.; 1987, p. 67.

Esta distinción de los objetos, por sus magnitudes, según la Enciclopedia Microsoft Encarta; 2000, se da como un conjunto de cantidades en el que se expresa un cierto criterio de ordenamiento, uno de igualdad y una operación de adición.

De acuerdo con estas ideas, consideramos que una comprensión completa del concepto de magnitud escalar positiva, estará ligada al análisis de cuatro principios, los cuales se cumplen en el marco del trabajo con cada género o tipo especial de magnitud: longitud, área, volumen, masa, tiempo, etc. Estos principios son los siguientes:

El principio de la comparación de las magnitudes. Este principio expresa que cada género o tipo particular de magnitud está relacionado con un procedimiento específico de comparación de cuerpos físicos u otros objetos, fenómenos o procesos. Por ejemplo, en Geometría, los segmentos se comparan por superposición, y esta comparación conduce al concepto de longitud: Dos segmentos tienen la misma longitud si al superponerlos ellos coinciden, y si al superponerlos el primero no cubre al otro, entonces se dice que la longitud del primero es menor que la longitud del segundo.

Entonces dos magnitudes  $a$  y  $b$  (del mismo género): coinciden:  $a = b$ , la primera es menor que la segunda:  $a < b$ , la segunda es menor que la primera:  $b < a$ .

El principio de la adición de las magnitudes. Este principio presupone que en los límites de cada género de magnitud estas se pueden adicionar, lo que significa que para dos magnitudes  $a$  y  $b$  (del mismo género), existe una única magnitud  $c$ , tal que  $c = a + b$ .

El principio de la división (sucesiva) de las magnitudes. Este principio fue entendido inicialmente para el caso de los segmentos, lo cual significaba que superponiendo el menor de dos segmentos dados, la suficiente cantidad de veces, sobre el segundo, se obtiene un segmento de longitud mayor que la de cualquiera de los dos segmentos. Esta idea se extiende al caso del área de figuras planas, del volumen o la masa de un cuerpo, etc.

Así, este principio establece que para dos magnitudes (del mismo género)  $a$  y  $b$ , tales que  $a < b$ , existe un número natural  $n$ , tal que  $b < na$ . Este principio se conoce con el nombre de propiedad arquimediana de las magnitudes.

El principio de la continuidad de las magnitudes. Con base en los tres primeros principios estuvo fundamentada la teoría de las magnitudes desarrollada por los antiguos matemáticos griegos (Kolmogórov, A.N.; 1977: 79).

Resulta que este conjunto de principios es insuficiente para abarcar todo el alcance de cualquier magnitud (en el marco de un mismo género o tipo de magnitud).

Esta idea se aclaró inicialmente, en el caso de las longitudes, al descubrir la existencia de los segmentos inconmensurables, lo que se retomará posteriormente, en el marco de la escuela pitagórica todavía en el siglo seis antes de nuestra era, hecho que permanece en silencio por muchos años hasta que llega a constituirse en punto de viraje para el desarrollo del propio concepto de número.

El principio de la continuidad, tiene varias maneras de formularse, una de ellas, expresa que:

Si la sucesión de magnitudes  $a_1 < a_2 < \dots < \dots < \dots < b_2 < b_1$ , cumplen la propiedad que  $b_n - a_n < c$ , para cualquiera magnitud  $c$ , y un número natural  $n$  lo suficientemente grande, entonces existe una única magnitud  $x$ , tal que:  $a_n < x < b_n$ , para todo  $n$ .

A partir de estos principios se puede plantear una definición axiomática del concepto de magnitud escalar positiva, la cual en definitiva precisa las propiedades que cumplen la relación de orden y la operación de adición introducidas, así como las propiedades arquimediana y de continuidad.

Se dice que está definida una magnitud si se da un conjunto de objetos  $A$ , y sobre este conjunto se definen la relación de igualdad ( $=$ ), la relación mayor ( $\square$ ), la relación menor ( $<$ ), y la operación de adición ( $+$ ). En estas condiciones se debe cumplir además que:

- I. Cualquiera sean las magnitudes  $a$  y  $b$  del conjunto  $A$ , se cumple una de las tres condiciones:  $a = b$ ,  $a < b$ ,  $a \square b$ .
- II. Para todas las magnitudes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  del conjunto  $A$ , de que  $a < b$  y  $b < c$  se desprende que  $a < c$ .
- III. Para dos magnitudes cualquiera  $a$  y  $b$  de  $A$ , existe una única magnitud  $c = a + b$ , de  $A$ .
- IV. Se cumple que  $a + b = b + a$  (conmutatividad de la adición).
- V. Se cumple que  $a + (b + c) = (a + b) + c$  (asociatividad de la adición).
- VI. Se cumple que  $a < a + b$  (monotonía de la adición).
- VII. Si se cumple que  $a < b$ , entonces existe una única magnitud  $c$ , tal que  $b = a + c$  (posibilidad de la sustracción).
- VIII. Cualquiera sea la magnitud  $a$  y el número natural  $n$ , existe una tal magnitud  $b$ , tal que  $nb = a$  (posibilidad de la división).
- IX. Para dos magnitudes cualquiera  $a$  y  $b$ , tales que  $a < b$ , existe un número natural  $n$ , tal que  $b < na$  (axioma de Arquímedes).
- X. Sean las sucesiones de magnitudes  $(a_n)$  y  $(b_n)$ , tales que  $a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots < b_n < \dots < b_2 < b_1$ , y  $b_n - a_n < c$ , para cualquiera magnitud  $c$  y un número natural  $n$  lo suficientemente grande, entonces existe una única magnitud  $x$ , tal que:  $a_n < x < b_n$ , para todo  $n$ .

Las propiedades de la I - X, definen completamente el sistema de magnitudes escalares positivas.

Con base en estas propiedades se justifica la posibilidad de elegir una magnitud determinada  $I$ , de manera que todas las restantes magnitudes  $a$  del sistema puedan ser representadas en la forma  $a = \alpha I$ , donde  $\alpha$  es un número real positivo. En este caso a la magnitud  $I$ , se le denomina unidad de medida de la magnitud  $a$  dentro del sistema correspondiente.

El carácter del proceso de establecimiento de la unidad de medida de una magnitud implica su distinción como magnitud básica o como magnitud derivada (Enciclopedia Microsoft Encarta; 2000). Así establecida la unidad de medida para una magnitud se pueden definir las correspondientes a otras magnitudes, las primeras reciben el nombre de magnitudes básicas y las segundas se denominan magnitudes derivadas. En este sentido, es importante definir que en cada sistema de unidades se determina con precisión cuáles son las unidades básicas.

En este caso no sólo se considera la expresión de la magnitud dentro de su propio género, buscando equivalencias a partir del uso de múltiplos y submúltiplos, sino también, en su tránsito de uno de estos sistemas al otro, considerando equivalencias establecidas para las correspondientes magnitudes.

El concepto de magnitud escalar positiva tiene una primera generalización, al considerar el conjunto de segmentos orientados sobre la recta, el de las velocidades, o en general las magnitudes que pueden tener los direcciones opuestas. En este caso, se podrá hablar de magnitud positiva, magnitud negativa o magnitud nula, y en general se habla de magnitud escalar.

Si se considera en el sistema de estas magnitudes escalares una magnitud positiva  $I$  como unidad de medida, entonces cualquier magnitud del conjunto podrá representarse en la forma  $a = \alpha I$ , donde  $\alpha$  es un número real positivo, negativo o cero.

#### **-A modo de cierre**

Los elementos discutidos en este trabajo, posibilitan la incorporación de ellos al proceso de formación de los profesionales del área de Ciencias Exactas, siendo estos considerados como elementos didácticos en tan ambicioso proceso.

Por ello se propone una definición de las magnitudes escalares positivas que poseen un alto nivel de sistematización teórica sobre los contenidos matemáticos y de otras ciencias que son objeto de apropiación por los estudiantes que se forman con tales exigencias. Considerar su incorporación al proceso curricular de este pre-profesionales favorece la riqueza didáctica y, en consecuencia, el aprendizaje de estos futuros profesionales.

#### **Bibliografía**

1. Addine, Fátima. y García, Gilberto.; 2001. Formación Permanente de Profesores. Retos del Siglo XXI. En Pedagogía 2001, Curso Pre-evento. Curso 18. La Habana, Cuba.
2. Enciclopedia Microsoft Encarta; 2000. Microsoft Corporation.
3. Enciclopedia Temática de Informática; 1990. TT. 2 y 4. Maveco de Ediciones S.A. Madrid, España.
4. García Hoz, Víctor; 1996. Formación de profesores para la educación personalizada. Ediciones Rialp. Madrid.
5. García, Lizardo, Valle, A., Ferrer, M.A.; 1996. Autoperfeccionamiento docente y creatividad. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
6. Gleizer, G.I.; 1983. Historia de la Matemática en la Escuela, de IX a X grados. Ed. Prosvieschenie, Moscú.
7. Kolmogórov, A.N.; 1977. Magnitud. En Enciclopedia Matemática T.I, pp.651-653. Ed. Enciclopedia Soviética. URSS.
8. Ribnikov, K.; 1987. Historia de las Matemáticas. Ed. Mir., Moscú.