

Artículo original

GeoGebra y la competencia "resuelve problemas de forma, movimiento y localización" en profesores de secundaria



GeoGebra and the "solve shape, motion and location problems" competency in secondary school teachers

GeoGebra e a competência "resolver problemas de forma, movimento e localização" em professores do ensino médio

Haydee Violeta Zamora Silva¹  0000-0001-8306-0858  hvzamoraz@ucvvirtual.edu.pe

José Del Carmen Santamaría Muro²  0000-0001-8101-5826  santamariamuro@gmail.com

José Wilder Herrera Vargas³  0000-0001-9953-6371  jherrera@unprg.edu.pe

Oscar López Regalado¹  0000-0003-2393-1820  olopez@ucv.edu.pe

Claudia Jimena Arévalo Santa María⁴  0000-0002-0278-5054  carevalos@sunafil.gob.pe

¹ Universidad César Vallejo. Perú.

² Universidad Tecnológica del Perú. Perú.

³ Universidad Nacional "Pedro Ruiz Gallo". Perú.

⁴ Superintendencia Nacional de Fiscalización Laboral. Perú.

Recibido: 20/12/2024

Aceptado: 5/04/2025

RESUMEN

La educación matemática viene constituyendo un desafío global en el siglo XXI, visibilizando la necesidad de adaptar nuevas formas de enseñanza, de tal manera que permita el desarrollo de

distintas competencias, entre ellas, la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, la cual consiste en lograr que los alumnos apliquen conceptos geométricos en dos dimensiones o tres, incluyendo mediciones y descripciones de trayectorias. Este artículo tiene como objetivo determinar si la propuesta de incorporación del software GeoGebra en la educación matemática del nivel secundario contribuye al logro de dicha competencia. El presente trabajo tuvo un enfoque cualitativo, nivel exploratorio, tipo básico y diseño fenomenológico. La investigación se llevó a cabo con una guía de entrevista a trece profesores de secundaria de la provincia de Lambayeque de la asignatura de Matemática. Se obtuvo como principal resultado que al emplearse el software GeoGebra en la enseñanza de la matemática, los estudiantes de educación secundaria de Lambayeque desarrollaron dicha competencia, lo que permite concluir que existe la necesidad de emplear la herramienta tecnológica del GeoGebra de manera obligatoria en los colegios de esta región.

Palabras clave: educación basada en competencias; programación matemática; educación tecnológica; innovaciones tecnológicas.

ABSTRACT

Mathematics education has become a global challenge in the 21st century, highlighting the need to adapt new teaching methods to enable the development of various competencies. These competencies include problem-solving in shape, motion, and location. This involves getting students to apply geometric concepts in two or three dimensions, including measurements and descriptions of trajectories. This article aims to determine whether the proposed incorporation of GeoGebra software into junior high school mathematics education contributes to achieving this competency. This work had a qualitative approach, an exploratory level, a basic type, and a phenomenological design. The research was conducted using an interview guide with thirteen junior high school teachers in the province of Lambayeque, teaching the subject of mathematics. The main result was that when using GeoGebra software in teaching mathematics, junior high school students in Lambayeque developed this competency. This leads to the conclusion that there is a need to make the technological tool GeoGebra mandatory in schools in this region.

Keywords: competency-based education; mathematical programming; technological education; technological innovations.

RESUMO

Na introdução, observa-se que a educação matemática tem vindo a constituir um desafio global no século XXI, tornando visível a necessidade de adaptação de novas formas de ensino, de forma a permitir o desenvolvimento de diferentes competências, entre elas, a competência "resuelve problemas de forma, movimiento e localización", que consiste em levar os alunos a aplicar conceitos geométricos em duas ou três dimensões, incluindo medições e descrições de trajetórias (Ministério da Educação, 2020); daí a importância de analisar a incorporação do software GeoGebra no ensino secundário de matemática para alcançar essa competência; Portanto, o objetivo foi conhecer como o GeoGebra contribui para o desenvolvimento da referida competência nos professores do ensino secundário em Lambayeque no ano de 2024. Nos materiais e métodos, houve abordagem qualitativa, nível exploratório, tipo básico e design. A pesquisa foi realizada com um roteiro de entrevista com 13 professores do ensino médio da província de Lambayeque na disciplina de matemática. O principal resultado obtido foi que quando o software GeoGebra foi utilizado no ensino da matemática, os alunos do ensino secundário de Lambayeque desenvolveram a referida competência, o que nos permite concluir que existe a necessidade de utilização obrigatória da ferramenta tecnológica GeoGebra nas escolas. da região de Lambayeque.

Palavras-chave: educação baseada em competências; programação matemática; educação tecnológica; inovações tecnológicas.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años se ha evidenciado la necesidad de que la educación matemática sea reconsiderada, de tal forma que se incorporen herramientas tecnológicas en la enseñanza de esa asignatura en las instituciones educativas de la región de Lambayeque, para alcanzar el desarrollo de habilidades y competencias en los educandos; en especial de la competencia "resuelve problemas de forma, movimiento y localización", la cual consiste en lograr que los alumnos apliquen conceptos geométricos en dos dimensiones o tres, incluyendo mediciones y descripciones de trayectorias (Ministerio de Educación, 2020).

Prueba de ello es que, a nivel internacional, específicamente en Europa y Estados Unidos, si bien pudo verse una importante mejoría en la educación, sobre todo en Estados Unidos, tras la pandemia

por la COVID-19 pudo verificarse que la educación sufrió un retraso, siendo un reto el poder implementar las tecnologías de información precisamente en la enseñanza de la matemática (Henríquez-Rivas & Verdugo-Hernández, 2023).

Además, Arias *et al.* (2023) sostuvieron que, de los 72 países que participaron en PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) en los años 2018 y 2022 en la evaluación de Matemática, 44 países redujeron su puntuación en dicha asignatura. Aunado a ello, a nivel nacional se verificó que, en el año 2023, para el segundo grado de secundaria, la medida promedio registró una disminución de seis puntos en relación con la del año anterior con respecto a Matemática, y además se visibilizó un descenso respecto de los discentes que alcanzan el nivel satisfactorio en la materia, siendo solo un 11,3 %.

En la región de Lambayeque, se advirtió que solo un 8,6 % de los escolares de segundo de secundaria alcanzaron un nivel satisfactorio en Matemática, lo que se confirma con la evaluación PISA; por lo que, es evidente que la asignatura de Matemática refleja una necesidad de ser reestructurada en su enseñanza, de tal manera que las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones son una pieza clave para alcanzar un desarrollo importante en la enseñanza de la matemática y, por ende, en la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

Es así que, GeoGebra, herramienta tecnológica para el desarrollo de competencias en el área de matemática, ha sido parte de un programa de actualización en matemática y en tecnologías de la información y comunicaciones, donde 31 docentes de la provincia de Lambayeque tuvieron participación. De ahí surge la curiosidad de investigar cómo la propuesta de actividades con el referido software contribuye al desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los profesores de secundaria de Lambayeque en el año 2024, siendo importante como objeto de investigación, toda vez que va de la mano con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 4 (Educación de calidad) al abordar la deficiencia en habilidades tecnológicas, una barrera principal para el progreso educativo global.

Dentro de los antecedentes de la investigación se tiene, a nivel internacional, que en Chile son evidentes las dificultades de la enseñanza de la matemática, cobrando un rol importante el uso del GeoGebra para optimizar la competencia y comprensión de los alumnos, sobre todo por su característica de ser sencilla en su uso (Henríquez-Rivas & Verdugo-Hernández, 2023).

Por otro lado, en los antecedentes nacionales, se tiene que, en Madre de Dios, la investigación dio como resultado que el software GeoGebra contribuye significativamente a la enseñanza de la matemática, mejorando el rendimiento académico en poco tiempo (Pumacallahui *et al.*, 2021).

Igualmente, es importante detallar las teorías en las que se sostiene el presente trabajo. Por un lado, la teoría del cognoscitivismo de Bruner y Ausubel sostiene que el conocimiento surge desde un aprendizaje previo del alumno, siendo influenciado este por factores externos. Será importante que el nuevo conocimiento sea relevante para el aprendiz; por lo que, el uso del GeoGebra podrá crear nuevos conocimientos a partir de la realidad aumentada que este proporciona (Mex *et al.*, 2020).

Adicionalmente, se encuentra la teoría del constructivismo de Vygotsky, el cual resulta, como la denominación lo indica, en una forma de reestructurar la enseñanza, siguiendo la línea de la teoría anterior, pero con un alcance en las necesidades específicas de los estudiantes, de tal forma que su participación sea cada vez mayor en el logro de su propio conocimiento; interactuando con otros estudiantes, para alcanzar mayor comprensión de su realidad a través de las experiencias cotidianas. Para ello, Vygotsky sostiene la importancia de los sistemas de signos, lenguaje, nemotécnicas y procesos de toma de decisiones (Borgobello & Monjelat, 2019).

La teoría del conectivismo de Siemens va, en cambio, más allá de la introducción de las Tecnologías de la Información y Comunicaciones, sumando a ello la formación de redes (la red personal del conocimiento), además de evaluar la eficacia en el aprendizaje a partir del uso de herramientas electrónicas (Ayanwale *et al.*, 2023); de ahí que esta teoría le da un especial rol a la tecnología en la educación.

Las teorías mencionadas han mostrado la necesidad de adquirir nuevas habilidades en ciencia y tecnología, toda vez que el conocimiento se encuentra en distintos ámbitos del individuo, en la interacción con los demás, en la creación de redes y sistemas.

Un método importante para el desarrollo de la competencia de estudio fue el método de Pólya que, según Bravo y Cedeño (2023), facilita que los estudiantes adquieran destrezas en interpretación, relación y formulación de estrategias para resolver problemas relacionados con ecuaciones de primer grado, fomentando que los estudiantes ganen una amplia experiencia en la resolución de problemas, donde el profesor actúa como mentor. Siendo así, Pólya estableció cuatro fases para realizar una resolución efectiva de problemas, que incluyen: comprensión, planificación, ejecución y evaluación.

Otro modelo que apoya también en el desarrollo de la referida competencia es el IMPROVE, el cual se basa en la instrucción metacognitiva dirigido a estudiantes de primaria y secundaria, donde se busca el desarrollo de estrategias cognitivas y metacognitivas, siendo el docente un instructor guía en clase, retroalimentando a los estudiantes en la resolución de problemas (Mevarech & Kramarski, 1997).

Bajo ese contexto, se puede concluir que visibilizándose la problemática de la educación matemática no solo en la región de Lambayeque, sino incluso a nivel internacional, es que se ha estudiado que el GeoGebra es una herramienta tecnológica principal para transformar la educación matemática y desarrollar la competencia en los educandos. Por tal motivo, la presente investigación tuvo como objetivo general determinar si la propuesta de actividades con el uso de GeoGebra contribuye a desarrollar la aludida competencia en la provincia de Lambayeque en el año 2024, considerando que, al menos 31 docentes han sido parte de un programa de actualización en matemática y tecnologías de la información y comunicación, en la provincia de Lambayeque, siendo que solo 13 ya han aplicado dicho software en sus clases del área de matemática. Entre los objetivos específicos se encontraron: determinar cómo se percibe el desarrollo de la capacidad de modelación de objetos y comunicación de la comprensión con la aplicación del GeoGebra, y cómo se percibe el desarrollo de la capacidad de uso de estrategias y procedimientos, y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas.

MATERIALES Y MÉTODOS

El enfoque de investigación adoptado fue cualitativo, de nivel exploratorio, tipo teórico o puro y diseño fenomenológico, toda vez que se conoció la experiencia de los docentes de Matemática en el desarrollo de sus clases con el uso del GeoGebra. Para el desarrollo del presente trabajo, se construyó una matriz de categorización donde se consideró lo siguiente (Tabla 1).

Tabla 1. Matriz de categorización

Categoría de estudio	Subcategoría	Indicador
Actividades de GeoGebra	Combinación de objetos en espacio y tiempo.	• Exploración libre y flexible. • Navegabilidad. • Construcción de aprendizaje.
	Retroalimentación en tiempo real.	• Modificación dinámica del comportamiento. • Nueva información.
	Fiabilidad, relevancia y organización.	• Acceso a la información. • Organizar la información.
Competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Capacidad de modelación de objetos y comunicación de la comprensión.	• Ubicación y movimiento de los objetos con formas geométricas. • Comprensión de las relaciones geométricas. • Expresión del entendimiento. • Propiedades de las formas geométricas. • Transformaciones y posición en un sistema de referencia.
	Capacidad de uso de estrategias y procedimientos, y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas.	• Elegir, ajustar, combinar o desarrollar métodos o estrategias para construir formas geométricas. • Medir y transformar formas bidimensionales y tridimensionales. • Formular declaraciones. • Conectar elementos y características con la exploración de las formas geométricas.

Nota: la tabla hace referencia a la descomposición de las categorías de estudio en subcategorías y estas últimas en indicadores para un mejor abordaje de la problemática

Para la recolección de la información se empleó la técnica de la entrevista y el instrumento guía de entrevista, el cual fue validado por un juicio de ocho expertos en base a la suficiencia, claridad, coherencia y relevancia en función al problema de investigación. Los expertos fueron seleccionados teniendo en cuenta que tuvieran el grado de Doctor, con especialización en computación, investigadores, pertenecientes a Renacyt, especialidad en Comunicación y que fueran matemáticos puros; además, estos doctores podían ser de Universidad o de Secundaria.

A continuación, se presentan algunas de las preguntas empleadas. ¿Cómo reconoce usted que los estudiantes desarrollaron la capacidad de modelar objetos? ¿Cómo percibe que las actividades de GeoGebra empleadas en su clase, permiten que los estudiantes logren determinar la ubicación y movimiento de los objetos con formas geométricas? ¿Considera que la combinación de objetos en espacio y tiempo en el GeoGebra contribuye a que los estudiantes desarrollen la capacidad de modelar objetos? o ¿qué características del GeoGebra considera que contribuye a ello? ¿Qué manifestaciones de los estudiantes le permite a usted inferir el desarrollo de la capacidad de argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas? ¿Cómo percibe que las actividades de GeoGebra empleadas en su clase permiten que los estudiantes diseñen estrategias para construir formas geométricas, y midan y transformen formas bidimensionales y tridimensionales? ¿Para usted, la modificación dinámica del comportamiento con el GeoGebra permite el desarrollo de la capacidad de uso de estrategias y procedimientos, y argumenta afirmaciones? ¿Cómo percibe que el software GeoGebra permite la fiabilidad, relevancia y organización de la información?

Los participantes de la presente investigación, conforme a los criterios de inclusión (capacitación en el software, aplicación del software en clase en al menos cuatro oportunidades), fueron 13 profesores de secundaria de la provincia de Lambayeque de la asignatura de Matemática, ya que de los 31 docentes que han sido parte de un programa de actualización en Matemática y tecnologías de la información y comunicación en la provincia de Lambayeque, solo 13 ya han aplicado dicho software en sus clases del área de Matemática en, al menos, cuatro oportunidades.

Para el análisis de la información recogida se emplearon los siguientes métodos: el hermenéutico y el inductivo, dado que se necesitó de análisis e interpretación de los resultados obtenidos, a efectos de poder concluir desde lo particular a lo general. Al conocer la percepción de docentes de secundaria que aplicaron el aludido software en sus clases de Matemática, respecto al desarrollo de la CRPFML,

es posible determinar la importancia de la propuesta de emplear actividades en GeoGebra en más aulas y más colegios de la provincia de Lambayeque.

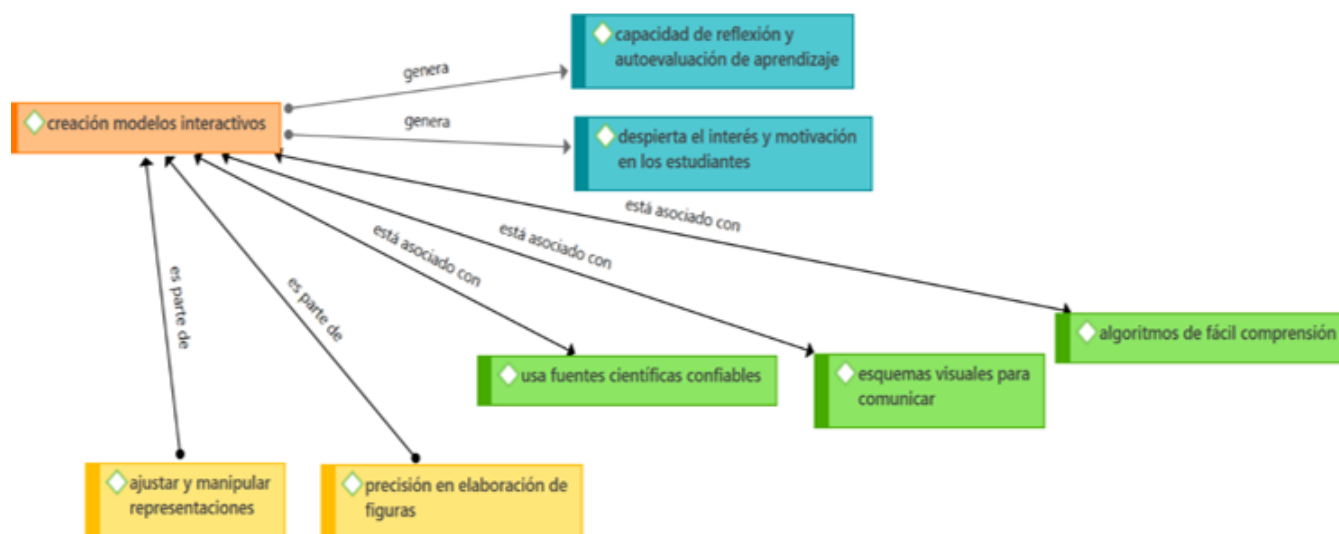
Cabe precisar que, para el procesamiento de la información se empleó el aplicativo ATLAS.ti Web (versión 21), generándose 23 categorías en función a la codificación efectuada. Toda vez que se vació la información recogida en cada pregunta de la entrevista, luego se procedió a seleccionar las palabras claves orientadas a las subcategorías y dimensiones de estudio. Finalmente, se crearon los códigos que contuvieran respuestas similares o de temática similar para la creación de redes que permitieron, a través de gráficos, visibilizar la relación existente entre las respuestas y las categorías, subcategorías o dimensiones de estudio.

RESULTADOS

Respecto al objetivo general de este artículo, se obtuvo como resultado que el uso del software GeoGebra permitió desarrollar la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización, una vez que este es aplicado en las sesiones de aprendizaje por los profesores de educación secundaria de Matemática de la provincia de Lambayeque.

Ahora bien, conforme a uno de los objetivos específicos, el que fue determinar cómo se percibe el desarrollo de la capacidad de modelación de objetos y comunicación de la comprensión con la aplicación del GeoGebra, se advierte que, por un lado, la modelación de objetos tiene una relación directa con la creación de modelos interactivos en el referido software; hecho que permite elaborar las figuras con precisión, así como ajustarlas y manipularlas.

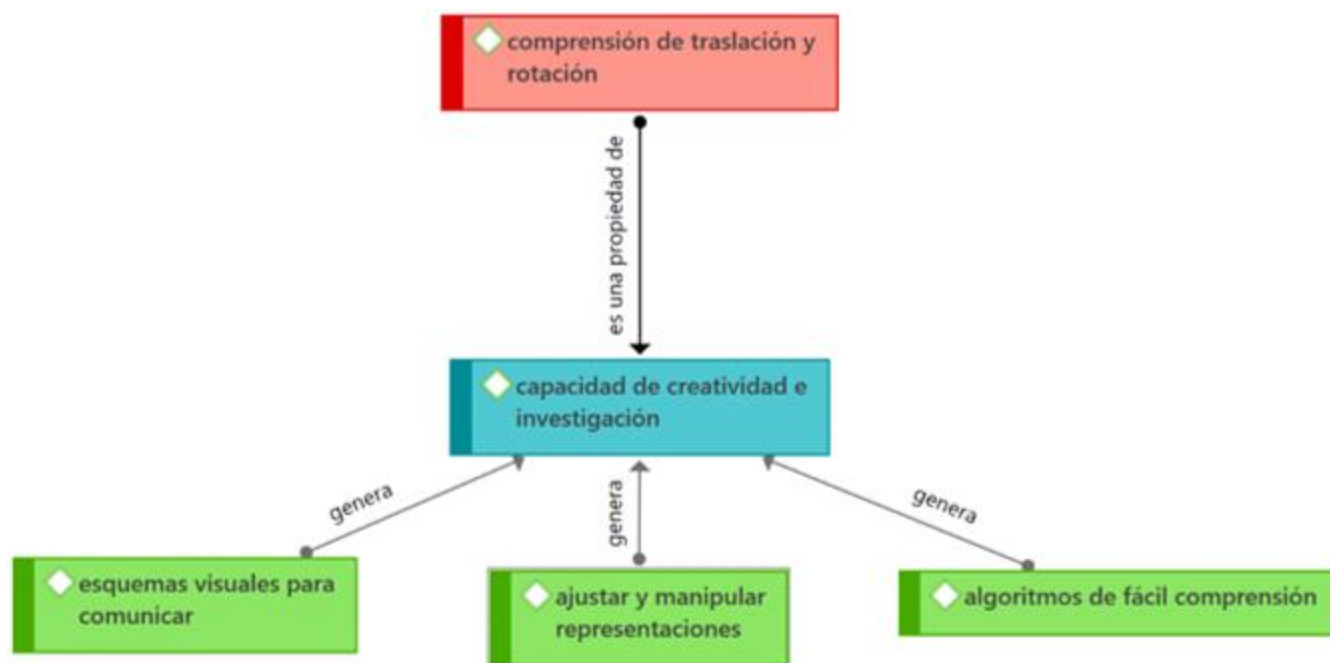
Se observó también que la creación de estos modelos se logra debido a que el software tiene algoritmos de fácil comprensión, ya que emplea esquemas visuales, tales como diagramas o gráficos y, además, usa fuentes científicas confiables; por lo que la elaboración de estas representaciones logró el desarrollo de la capacidad de reflexión y autoevaluación del aprendizaje, a la par que logró despertar el interés y motivación de los estudiantes. Además, se obtuvo como resultado que los entrevistados percibieron que los estudiantes que emplearon el GeoGebra para su aprendizaje (en sus clases) lograron desarrollar la capacidad de modelar objetos cuando crean o construyen figuras geométricas, así como cuando traducen conceptos matemáticos en modelos interactivos, desarrollando su capacidad creativa, la observación y motricidad (Figura 1).

**Figura 1.** Creación de modelos interactivos

Nota: los entrevistados señalaron, respecto a la capacidad de modelación de objetos, diversas características del software y la relación que existe para despertar incluso el interés de los estudiantes

Adicionalmente, los entrevistados señalaron que los estudiantes desarrollaron la referida capacidad, al usar herramientas para trasladar objetos geométricos a un determinado punto en el plano, identificando coordenadas, vectores y trayectorias, hecho que evidencia que entienden cómo funciona la geometría en un espacio interactivo.

Además, los entrevistados sostienen que tal software ayudó a la comprensión de cómo las formas y sus propiedades cambian con diferentes transformaciones de objetos, observando en tiempo real los efectos de estas manipulaciones, lo cual profundizó su comprensión y habilidad para modelar objetos, identificar patrones y relaciones geométricas, mejorando su capacidad para comprender las propiedades geométricas, identificar las propiedades, y emplear diagramas, esquemas, gráficos en GeoGebra para su comunicación (Figura 2).

**Figura 2.** Capacidad de creatividad e investigación

Nota: los entrevistados señalaron que comprender la traslación y rotación sería una propiedad de la capacidad creativa e investigación, lo que se genera en virtud a esquemas visuales, el ajustar y manipular representación y a que el software cuenta con algoritmos de fácil comprensión

Se advirtió también que el GeoGebra permitió a los estudiantes experimentar con transformaciones geométricas de manera inmediata y visual, pudiendo aplicar movimientos como traslaciones, rotaciones y reflexiones a las figuras geométricas, y observar en tiempo real cómo estos cambios afectan la posición de las formas dentro de un sistema de coordenadas.

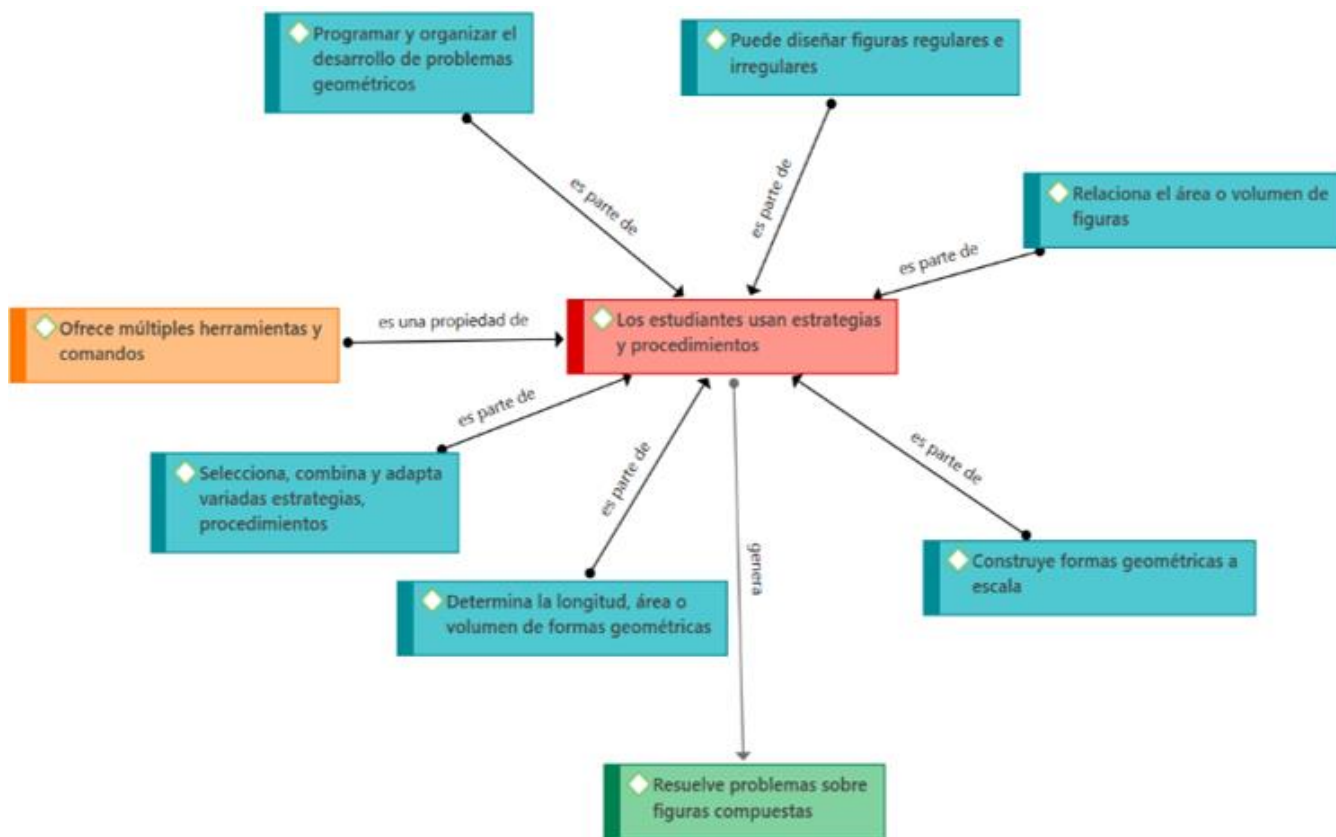
Sumado a ello, entre las características del GeoGebra que contribuyen al desarrollo de la capacidad de modelar objetos, se tiene la facilidad de entender y comprender los elementos y herramientas para crear y manipular objetos, permitiendo simular el movimiento de objetos geométricos, proporcionando una comprensión dinámica de sus propiedades y relaciones, facilitando el trabajo en grupo y la discusión al compartir y comparar diversos modelos geométricos de los estudiantes, favoreciendo un aprendizaje colaborativo.

Respecto del objetivo específico referido a determinar cómo se percibe el desarrollo de la capacidad de uso de estrategias y procedimientos y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas con

la aplicación del GeoGebra, se tuvo como resultado que el uso de estrategias y procedimientos (gracias a que el software ofrece múltiples herramientas y comandos) sirvió para programar y organizar el desarrollo de problemas geométricos, permitió diseñar figuras regulares e irregulares, relacionar el área o volumen de las figuras, usar o combinar diversas estrategias para resolver problemas sobre figuras compuestas; de igual manera, permitió la construcción de formas geométricas a escala y determinó la longitud, área o volumen de formas geométricas. Además, la capacidad de argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas implicó una serie de comportamientos en los estudiantes, tales como: justificar, validar o refutar relaciones entre elementos, plantear afirmaciones sobre la semejanza y congruencia de formas, comparar afirmaciones sobre enunciados opuestos o casos especiales, y reconocer las figuras geométricas según sus características.

Bajo ese contexto, se obtuvo como resultado que los entrevistados percibieron que los estudiantes demostraron que programan y organizan el desarrollo de problemas geométricos utilizando la estrategia y métodos adecuados con flexibilidad y coherencia, siendo que estos métodos son un conjunto de acciones realizadas mediante procedimientos de planificación; además, justificaron los procedimientos que utilizaron al resolver un problema geométrico de manera coherente y clara explicando la elección de herramientas o métodos en GeoGebra, utilizando términos geométricos en el momento de presentar diagramas y construcciones de GeoGebra para apoyar sus argumentos; por lo que, habrían desarrollado la aludida capacidad.

Por otro lado, se verificó que los estudiantes utilizaron diferentes herramientas adecuándolas a su ritmo de aprendizaje; es decir, experimentaron métodos para construir formas geométricas. Además, elaboraron afirmaciones sobre las posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las formas geométricas, en base a su exploración bidimensional y tridimensional (Figura 3).

**Figura 3.** Los estudiantes usan estrategias y procedimientos

Nota: los entrevistados señalan diversos indicadores que permiten determinar que los estudiantes usan estrategias y procedimiento

También, los estudiantes observaron la manera en cómo las propiedades geométricas cambian, se transforman, plantean hipótesis en el momento de crear y experimentar con construcciones geométricas en GeoGebra, ayudándoles a formular declaraciones precisas al visualizar en 2D sus características, permitiéndoles identificar, formular, verificar y comunicar conclusiones.

Igualmente, los estudiantes conectaron elementos y características con la exploración de las formas geométricas, toda vez que advirtieron que estos formularon conjeturas sobre las formas geométricas verificándolas a través de la medición, identificando y conectando elementos como ángulos, lados, y vértices dentro de una figura geométrica; construyeron superficies delimitadas por líneas (curvas o rectas) o espacios delimitados por superficies (Figura 4).

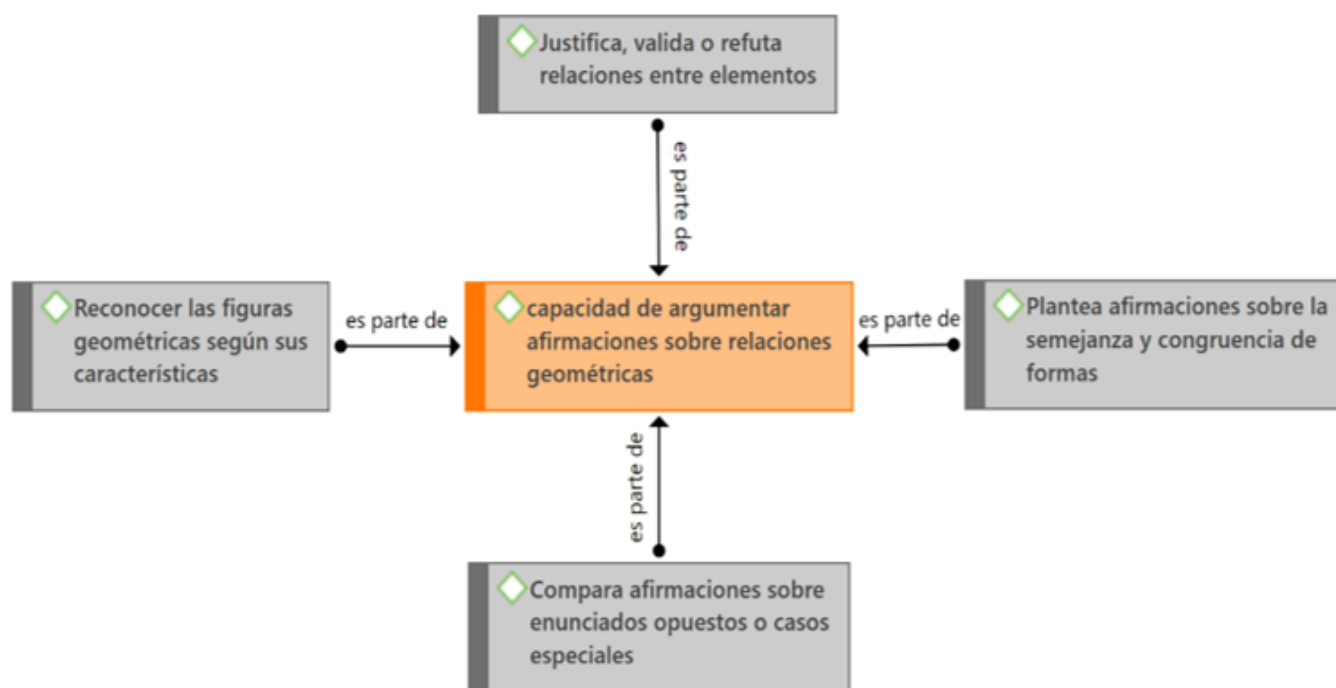


Figura 4. Capacidad de argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas

Nota: los entrevistados señalaron que, para desarrollar la referida capacidad, los estudiantes reconocen las figuras junto con sus características, lo que les permite justificar, validar o refutar las relaciones entre elementos, plantear afirmaciones y compararlas

Los entrevistados concluyeron que el GeoGebra permitió realizar una retroalimentación inmediata acerca de las posibles respuestas de los estudiantes, lo cual les ayuda a corregir y mejorar sus procedimientos, adaptando sus estrategias de resolución de problemas; la retroalimentación ayuda a justificar y verificar sus afirmaciones, logrando una reflexión crítica sobre las estrategias y procedimientos utilizados, favoreciendo el desarrollo del pensamiento crítico.

Además, la característica de la modificación dinámica del comportamiento con el GeoGebra permitió a los estudiantes experimentar y ajustar sus estrategias y procedimientos en tiempo real, proporcionando una plataforma flexible para manipular objetos, resolver problemas, observar sus respuestas, permitiéndoles aprender significativamente, ayudándolos a argumentar afirmaciones al aplicar estrategias y procedimientos adecuados.

Finalmente, cabe precisar que el instrumento empleado para la recolección de la información fue la guía de entrevista, la cual fue validada por un juicio de ocho expertos, siendo que, después de aplicar V de Aiken, todas las actividades y subcategorías evaluadas alcanzaron la máxima puntuación en los criterios de suficiencia, claridad, coherencia y relevancia; siendo el promedio general de 1,0, lo cual evidencia la alta calidad del instrumento.

Asimismo, respecto a la propuesta de investigación, es importante señalar que también fue validada por cuatro expertos en la materia del nivel secundaria y superior. Para la selección de los expertos se tuvo en cuenta que tuvieran el grado de Doctor solo en Matemática o con doble especialidad (Física y Matemática o Matemática y Física) y que enseñaran en Educación Básica Regular en nivel Secundaria o Universitaria.

La validación se efectuó de manera teórico-práctica (en su aplicación en clase a través de actividades de aprendizaje, considerando teorías de aprendizaje que son desarrolladas en la discusión), en base a una ficha estructurada en tres partes: la primera evaluó los aspectos generales, la segunda la valoración del contenido, y la tercera la valoración integral de la propuesta. Estuvo constituida por las categorías de muy adecuado (MA), bastante adecuado (BA), adecuado (A), poco adecuado (PA), e inadecuado (I); en tal sentido, los expertos afirmaron que es una estrategia importante para lograr el desarrollo de la competencia estudiada, pues al aplicarla junto con los métodos de Pólya e IMPROVE, los estudiantes podrán adquirir las capacidades de modelación de objetos y comunicación de la comprensión, y de uso de estrategias y procedimientos y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas con la aplicación del GeoGebra (Tabla 2).

Tabla 2. Validación de la propuesta

Expertos	Dictamen
Director de I.E y de Matemática	Muy aplicable
Docente Universitario y de EBR de Física y Matemática	Muy aplicable
Docente Universitario de Matemática	Muy aplicable
Docente Universitario de Matemática y Física	Muy aplicable

DISCUSIÓN

Sobre la modelación de objetos y comprensión sobre las formas y relaciones geométricas

Se advierte que las cualidades del software GeoGebra lograron despertar el interés y la motivación de los discentes, desarrollando su capacidad creativa, la observación y motricidad, quienes, tras su uso, reflexionaron y se autoevaluaron en el aprendizaje de la matemática, desarrollando la capacidad de modelación de objetos y comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. Lo anterior coincide con lo señalado por Treffinger y Feldhusen (1996; como se cita en Tourón *et al.*, 2024), cuando refirieron que el talento solo emerge, se desarrolla y florece a través de la educación en el hogar y la escuela, combinada con el esfuerzo del niño; por ello, es evidente que el aprendizaje necesita herramientas que van mucho más allá de lo académico, a efectos de alcanzar la creatividad o motivación de los estudiantes, tal como lo hace el software GeoGebra.

Aunado a ello, Santos-Trigo *et al.* (2021) sostuvieron que diversas estrategias de resolución de problemas, como medir atributos de entes y determinar los lugares geométricos de estos, influyeron en los métodos de razonamiento y resolución de problemas; hecho que se relacionó con el resultado obtenido sobre el logro de los estudiantes al ubicar y mover las formas geométricas usando el GeoGebra.

Además, el referido software permitió la interacción de los estudiantes con una realidad aumentada, lo que concuerda con Bruner, al sostenerse que el desarrollo cognitivo está influenciado por factores externos (Mex *et al.*, 2020).

Por otro lado, se aprecia la comprensión de los estudiantes respecto a las formas y sus propiedades, pues se encontró que el aprendizaje significativo está orientado a dicho entendimiento; y este, según lo expresa Ausubel (1967) permite la obtención del nuevo conocimiento, cobrando el conocimiento un significado para el aprendiz, debiendo ser relevante y pertinente.

Igualmente, se advierte que los estudiantes, a través de las características del GeoGebra (exploración libre y flexible, y la navegabilidad), al emplearlo en las sesiones de aprendizaje de los entrevistados, experimentaron con transformaciones geométricas de manera inmediata y visual, pudiendo aplicar movimientos como traslaciones, rotaciones y reflexiones a las figuras geométricas, y observar en tiempo real cómo estos cambios afectan la posición de las formas dentro de un sistema de

coordenadas. Siendo así, se evidencia la relación directa con la teoría del Constructivismo de Vygotsky, la cual defiende que el docente debe abandonar el modelo tradicional y ajustar su método de enseñanza según las necesidades específicas de los estudiantes en su entorno (Aguirre & Velasco, 2021), lo que evidenció la importancia de la exploración, de la experiencia real del estudiante con su aprendizaje.

Sobre el uso de estrategias, procedimientos y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas

Se apreciaron algunos indicadores de haber desarrollado tal capacidad en los estudiantes de los entrevistados, toda vez que usaron el GeoGebra, programaron y organizaron el desarrollo de problemas geométricos, diseñaron figuras, relacionaron el área o volumen, usaron y combinaron diversas estrategias para resolver problemas, construyeron formas geométricas a escala, y determinaron la longitud, área o volumen, permitiendo la independencia del estudiante con su aprendizaje. Así, Padilla *et al.* (2022) señalaron que en la enseñanza se emplean herramientas tecnológicas educativas, las cuales permiten fomentar la autonomía en el proceso de aprendizaje.

Esto coincidió con la teoría del conectivismo de Siemens y Downes, quienes consideran que la tecnología en la educación en la era digital cobra un rol importante (Oddone, 2023).

Por otro lado, los aludidos estudiantes utilizaron diferentes herramientas adecuándolas a su ritmo de aprendizaje para construir formas geométricas, como por ejemplo: creación de polígonos regulares; la construcción geométrica basada en teoremas y propiedades geométricas como el Teorema de Pitágoras, propiedades de paralelogramo, criterios de congruencia y semejanza de triángulos; diseño de figuras tridimensionales calculando las dimensiones, ángulos y áreas de formas bidimensionales con precisión; diseño y transformación figuras en un espacio 3D con la ayuda del GeoGebra. Lo anterior coincidió con lo establecido por el Ministerio de Educación (2020), el cual espera que el alumno realice giros, traslaciones y ampliaciones en el plano cartesiano, empleando procedimientos para construir y medir formas; coincidió también con Bravo y Cedeño (2023), quienes concluyeron que emplear el método de Pólya facilita que los estudiantes adquieran destrezas en interpretación, relación y formulación de estrategias para resolver problemas relacionados con ecuaciones de primer grado.

También se verificó que los estudiantes elaboraron afirmaciones sobre las posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las formas geométricas, en base a su exploración bidimensional y tridimensional; y diseñaron estrategias efectivas para lograr una construcción geométrica o para transformar una figura, utilizaron las herramientas de medición de GeoGebra para verificar sus resultados. En dicho sentido, es evidente que el uso del GeoGebra incorporó características adicionales en álgebra y cálculo, lo que posibilitó la interrelación entre diversas áreas de las matemáticas (Ruiz-López, 2012; como se cita en Pumacallahui *et al.*, 2021).

Se advirtió también que los estudiantes fueron capaces de hacer conjeturas, describir patrones y explicar características geométricas observadas en GeoGebra, lo que evidenció que formulan declaraciones basadas en su comprensión, se expresan sobre las formas congruentes y semejantes, y la relación entre estas. Ese hecho lo postuló Slavíèková (2021), al indicar que la introducción de las tecnologías digitales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que inició a finales del siglo XX, donde incluye justamente al GeoGebra, permite una geometría interactiva, sistemas de álgebra computacional y calculadoras gráficas, favoreciendo la comprensión de dichas áreas de la matemática.

Se observó, conforme al modelo IMPROVE, que los estudiantes conectaron elementos y características con la exploración de las formas geométricas, evidenciándose que el GeoGebra facilitó la conexión entre diferentes elementos geométricos a través de la visualización y manipulación directa, logrando que los estudiantes puedan ver cómo las propiedades de una figura afectan a otra, lo que les ayudó a desarrollar una comprensión más profunda de las interrelaciones geométricas (Mevarech & Kramarski, 1997).

En tal sentido, se puede inferir que el GeoGebra promovió el desarrollo del pensamiento crítico-analítico, del razonamiento lógico-matemático y del razonamiento numérico, gracias a sus cualidades, máxime si el GeoGebra permitió realizar una retroalimentación inmediata acerca de las posibles respuestas de los estudiantes, lo que hizo posible concluir que el aprendizaje implicó construir y navegar en estas redes digitales para generar conocimiento.

Sobre la propuesta de actividades con el uso del software GeoGebra para contribuir a desarrollar la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización

Se pudo verificar que, con el uso del Software se pudieron desarrollar las capacidades de modelación de objetos, comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, uso de estrategias, procedimientos y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas; por lo que, siendo que tales capacidades conformaron la competencia de estudio, es evidente que con el referido software se logró el desarrollo de dicha competencia.

La propuesta pedagógica de actividades con el software GeoGebra, basada en la percepción docente, contribuyó al desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de educación secundaria de Lambayeque en el año 2024, lo que evidenció la posibilidad de replicar dicha enseñanza con el aludido software en otros colegios de la Región de Lambayeque.

Los estudiantes de educación secundaria de Lambayeque mostraron que, luego de realizar actividades en el software GeoGebra, pudieron crear o construir figuras geométricas, traduciendo conceptos matemáticos en modelos interactivos, desarrollando su capacidad creativa, la observación y motricidad; además, describieron de manera clara y precisa cómo crearon una figura, cómo cambiaron su posición, o cómo se relacionó con otras formas, empleando términos geométricos, justificando la explicación con criterio y seguridad, lo que permitió percibir el desarrollo de la capacidad de modelación de objetos y comunicación de la comprensión.

Los estudiantes de educación secundaria de Lambayeque mostraron que, luego de realizar actividades en el software GeoGebra, se pudo programar y organizar el desarrollo de problemas geométricos utilizando la estrategia y métodos adecuados como Pólya e IMPROVE con flexibilidad y coherencia; justificando los procedimientos que utilizaron de manera coherente y clara, así como utilizando términos geométricos para apoyar sus argumentos, lo cual permitió percibir el desarrollo de la capacidad de uso de estrategias, procedimientos y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas con el referido recurso tecnológico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre, G., & Velasco, L. (2021). Representaciones sociales develadas sobre la comprensión del territorio en estudiantes de práctica social universitaria, en el marco de una unidad didáctica. *Eleuthera*, 23(1), 38-55. <https://doi.org/10.17151/eleu.2021.23.1.3>
- Ausubel, D. P. (1967). Learning theory and classroom practice. *Ontario Institute for Studies in Education Bulletin*, 1, 31.
- Ayanwale, M., Mosia, P., Molefi, R., & Shata, L. (2023). Reliability Components of Online Teaching and Learning Tools in Lesotho Higher Education Institutions: A Systematic Review. *Pertanika Journal of Science & Technology*, 31(1), 595-614. <https://doi.org/10.47836/pjst.31.1.34>
- Borgobello, A., & Monjelat, N. (2019). Vygotsky en la sociedad digital. Análisis de literatura científica actual. *Perspectivas Metodológicas*, 19. <https://doi.org/10.18294/pm.2019.2200>
- Bravo, C., & Cedeño, F. (2023). Pólya method to strengthen skills in problems of linear equations of the. *Journal Scientific MQR*, 7(1), 74-93. <https://doi.org/10.56048/MQR20225.7.1.2023.74-93>
- Henríquez-Rivas, C., & Verdugo-Hernández, P. (2023). Diseño de tareas en la formación inicial docente de matemáticas que involucran las representaciones de una función. *Educación matemática*, 35(3), 178-208. <https://doi.org/10.24844/em3503.06>
- Mevarech, Z., & Kramarski, B. (1997). IMPROVE: A multidimensional method for teaching. *American educational research journal*, 34(2), 365-394. <https://doi.org/10.3102/00028312034002365>
- Mex, D., Hernández, L., Cab, J., & Castillo, M. (2020). El desarrollo cognoscitivo de la parábola según Bruner, con el empleo de software educativo. *Revista Científica UISRAEL*, 8(1), 145-164. <https://doi.org/10.35290/rcui.v8n1.2021.402>
- Ministerio de Educación. (2020). *Currículo Nacional*. Ministerio de Educación. <https://n9.cl/br4b6n>

- Oddone, K. (2023). University Educators' Experience of Personal Learning Networks to Enhance Their Professional Knowledge. *International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 24(3), 56-76. <https://doi.org/10.19173/irrodl.v24i3.7053>
- Padilla, J., Rojas, L., Valderrama, C., Ruiz, J., & Cabrera, K. (2022). Herramientas digitales más eficaces en el proceso enseñanza-aprendizaje. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 6(23), 669-678. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i23.367>
- Pumacallahui, E., Acuña, C., & Calcina, D. (2021). Influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de cuarto grado de secundaria en el distrito de Tambopata de la región de Madre de Dios. *Educación Matemática*, 33(2), 245-273. <https://doi.org/10.24844/em3302.10>
- Santos-Trigo, M., Barrera-Mora, F., & Camacho-Machín, M. (2021). Teachers' Use of Technology Affordances to Contextualize and Dynamically Enrich and Extend Mathematical Problem-Solving Strategies. *Mathematics*, 9(793), 2-21. <https://doi.org/10.3390/math9080793>
- Slavièková, M. (2021). Implementation of Digital Technologies into Pre-Service Mathematics Teacher Preparation. *Mathematics*, 9(12), 1319. <https://doi.org/10.3390/math9121319>
- Tourón, M., Tourón, J., & Navarro-Asencio, E. (2024). Validación española de la Escala de Detección de altas capacidades, Gifted Rating Scales 2(GRS 2-S) School Form, para profesores. *Estudios sobre Educación*, 46, 33-55. <https://doi.org/10.15581/004.46.002>

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

Contribución de los autores

Los autores participaron en el diseño y redacción del artículo, en la búsqueda y análisis de la información contenida en la bibliografía consultada.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional